APOSTILA

MATEMÁTICA e ESTATÍSTICA APLICADAS A EDUCAÇÃO

Curso: PEDAGOGIA – 1º semestre

Nome: ____

Elaboração própria – autor: Profº Me Romeu M. Reis

AGOSTO/2012

UM POUCO DE HISTÓRIA

Quando enfrentamos situações em que queremos saber "quantos", nossa primeira atitude é contar. Mas os homens que viveram há milhares de anos não conheciam os números nem sabiam contar. Então como surgiram os números?

Para responder a essa pergunta precisamos ter uma ideia de como esses homens viviam e quais eram suas necessidades. Naquele tempo, o homem, para se alimentar,caçava, pescava e colhia frutos; para morar, usava cavernas; para se defender, usava paus e pedras. Mas esse modo de vida foi-se modificando pouco a pouco. Por exemplo: encontrar alimento suficiente para todos os membros de um grupo foi se tornando cada vez mais difícil à medida que a população aumentava e a caça ia se tornando mais rara.

O homem começou a procurar formas mais seguras e mais eficientes de atender às suas necessidades. Foi então que ele começou a cultivar plantas e criar animais, surgindo à agricultura e o pastoreio, há cerca de 10.000 anos atrás. Os pastores de ovelhas tinham necessidades de controlar os rebanhos. Precisavam saber se não faltavam ovelhas.

Como os pastores podiam saber se alguma ovelha se perdera ou se outras haviam se juntado ao rebanho?

Alguns vestígios indicam que os pastores faziam o controle de seu rebanho usando conjuntos de pedras. Ao soltar as ovelhas, o pastor separava uma pedra para cada animal que passava e guardava o monte de pedras. Quando os animais voltavam, o pastor retirava do monte uma pedra para cada ovelha que passava. Se sobrassem pedras, ficaria sabendo que havia perdido ovelhas. Se faltassem pedras, saberia que o rebanho havia aumentado. Desta forma mantinha tudo sob controle.

Afinal, alguma coisa em comum existia entre o monte de pedras e o grupo de ovelhas: se a quantidade de pedras correspondia exatamente à quantidade de ovelhas, esses dois conjuntos tinham uma propriedade comum: o número de ovelhas ou pedras.

A correspondência um a um foi um dos passos decisivos para o surgimento da noção de número. A este tipo de correspondência dá-se o nome de correspondência biunívoca.

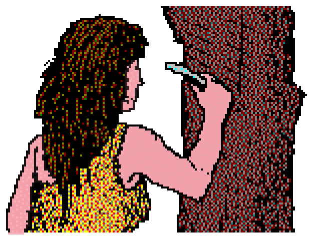
Mas, provavelmente o homem não usou somente pedras para fazer correspondência um a um. É muito provável que ele tenha utilizado qualquer coisa que estivesse bem à mão e nada estava mais à mão do que seus próprios dedos. Certamente o homem primitivo usava também os dedos para fazer contagens, levantando um dedo para cada objeto. Entretanto, surgiu um novo problema: levantar dedos permitia saber, no momento, a quantidade de objetos, mas não permitia guardar essa informação. Era fácil esquecer quantos dedos haviam sido levantados. Separar pedras já permitia guardar a informação por mais tempo, mas não era muito seguro. Surgiu, portanto, o problema de registrar as quantidades. A seguir, uma questão para ser respondida.

Os primeiros registros de números

Nos museus de todo o mundo há inúmeros objetos com marcas, pertencentes a épocas antigas. São pedaços de pau e osso com talhos, peças de barro com marcas e cordas contendo nós. Existem cavernas em cujas paredes podemos ver marcas talhadas ou pintadas. Isso parece indicar que o homem sentiu necessidade de registrar o total de objetos que contava.

E como se fazia isso?

Para registrar o total de objetos ele usava também a correspondência um a um: uma marca para cada objeto.



REGISTRANDO GRANDES QUANTIDADES

Você já reparou que, quando precisamos contar uma grande quantidade de coisas, vamos separando os objetos em montes ou em grupos, pois isto facilita a contagem? É isto que fazemos, por exemplo, quando contamos por dúzias. Contar por dúzia é uma forma de agrupar: agrupar de 12 em 12.

Em muitas situações, os agrupamentos são necessários e facilitam o trabalho do homem. Observe, por exemplo, como são embaladas muitas coisas que compramos. Os fabricantes agrupam um determinado número de unidades em cada embalagem. Por exemplo: as barrinhas de drops vêm com o mesmo número de balas, os maços de cigarro vêm sempre com o mesmo número de cigarros.

Indique outras "coisas" que são vendidas de forma agrupada:

____

____

Mas, em que época de sua história o homem percebeu que agrupar ajuda a contar? Sabemos que não foi de um dia para o outro. Sabemos também que as primeiras formas de agrupar, provavelmente, se relacionavam com as mãos e também com os pés. O homem deve ter começado a agrupar de cinco em cinco, de dez em dez, de vinte em vinte, fazendo a correspondência com os dedos das mãos e dos pés.

Depois que o homem teve a idéia de fazer agrupamentos para facilitar a contagem, surgiu o problema de registrar os agrupamentos usando algum tipo de marca. Veja porque isso era necessário:

Imagine que uma pessoa usasse traços para representar cada ovelha. Por exemplo: um homem tinha

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | ovelhas.

Não seria nada prático, não é mesmo? Talvez a solução encontrada tenha sido separar grupos de marcas.

Um homem tinha ~~| | | | | | | | | |~~ ~~| | | | | | | | | |~~ | | | | ovelhas

Neste caso, as marcas estão agrupadas de dez em dez.

Ainda hoje em dia, nos jogos, é muito comum contar pontos registrando agrupamentos de 5. Por exemplo, num jogo:

Depois que o homem teve a ideia de fazer agrupamentos para facilitar a contagem, surgiu o problema de registrar os agrupamentos usando algum tipo de marca. Veja porque isso era necessário:

Imagine que uma pessoa usasse traços para representar cada ovelha. Por exemplo: um homem tinha

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | ovelhas.

Não seria nada prático, não é mesmo? Talvez a solução encontrada tenha sido separar grupos de marcas.

Um homem tinha ~~||||||||||~~ ~~||||||||||~~ | | | | ovelhas

Neste caso, as marcas estão agrupadas de dez em dez.

Ainda hoje em dia, nos jogos, é muito comum contar pontos registrando agrupamentos de 5. Por exemplo, num jogo:

João fez  pontos (12 pontos)

Pedro fez  pontos (9 pontos)

S I S T E M A S D E N U M E R A Ç Ã O

Alguns sistemas de numeração antigos:

O sistema de numeração egípcio

Os egípcios da Antiguidade criaram um sistema muito interessante para escrever números, baseado em agrupamentos.

- ✓ 1 era representado por uma marca que se parecia com um bastão |
- ✓ 2 por duas marcas | |

E assim por diante:

- ✓ Quando chegavam a 10, eles trocavam as dez marcas: | | | | | | | | | |

por  , que indicava o agrupamento.

Desta forma, trocando cada dez marcas iguais por uma nova, eles escreviam todos os números de que necessitavam.
Veja os símbolos usados pelos egípcios e o que significava cada marca.

Símbolo egípcio	**descrição**	**nosso número**
	bastão	1
	calcanhar	10
	rolo de corda	100
	flor de lótus	1000
	dedo apontando	10000
	peixe	100000
	homem	1000000

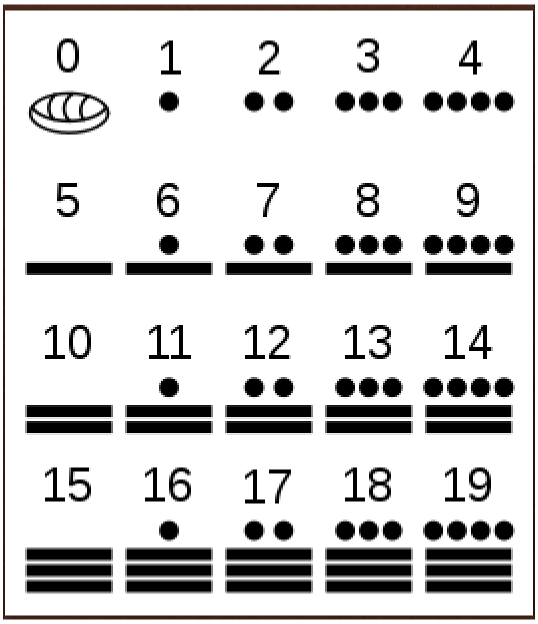
O sistema de numeração romano

Outro vestígio de uma numeração antiga pode ser observado nos mostradores de relógios, na indicação de datas e de capítulos de livros: são os símbolos de numeração romana.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

O sistema de numeração Maia

Os maias (ou seus predecessores) desenvolveram independentemente o conceito de zero (de fato, parece que estiveram usando o conceito muitos séculos antes do velho mundo), e usavam um sistema de numeração de base 20.



O sistema de numeração decimal

Alguns sistemas de numeração antigos (egípcio, romano) são pouco práticos em comparação com o nosso sistema de numeração, pois, para representar certos números, precisava enfileirar uma grande quantidade de símbolos, além de apresentavam ainda outra dificuldade: era muito trabalhoso efetuar cálculos usando esses critérios.

Essas dificuldades foram superadas pelos hindus, que foram os criadores do nosso sistema de numeração. Eles souberam reunir três características que já apareciam em outros sistemas numéricos da Antiguidade:

- ✓ o sistema de numeração hindu é decimal (o egípcio, o romano e o chinês também o eram);
- ✓ o sistema de numeração hindu é posicional (o babilônio também era);
- ✓ o sistema de numeração hindu tem o zero, isto é, um símbolo para o nada.

Estas três características, reunidas, tornaram o sistema de numeração hindu o mais prático de todos. Não é sem motivo que hoje ele é usado quase no mundo todo.

Vamos analisar as características do nosso sistema de numeração para compreender suas regras de funcionamento.

- ✓ O nosso sistema de numeração, usa apenas dez símbolos diferentes, e assim podemos escrever qualquer número.
- ✓ Agrupar e reagrupar de 10 em 10 é uma das características do nosso sistema de numeração, que, por isso, é chamado de sistema de numeração decimal. Também dizemos que nosso sistema tem base 10.
- ✓ Os agrupamentos de grupos de dez são denominados centenas; os grupos de dez, dezenas, e os objetos soltos, unidades.

- ✓ É um sistema posicional, ou seja, o valor do algarismo depende da posição que ele ocupa no número (valor relativo).

O hábito de agrupar de 10 em 10, presente em vários sistemas de numeração (além do nosso, no egípcio, no romano e no chinês, por exemplo), sem dúvida se relaciona com a utilização dos dedos na realização de contagens. Foi usando os dez dedos das mãos que o homem aprendeu a contar. Fazemos isso até hoje...

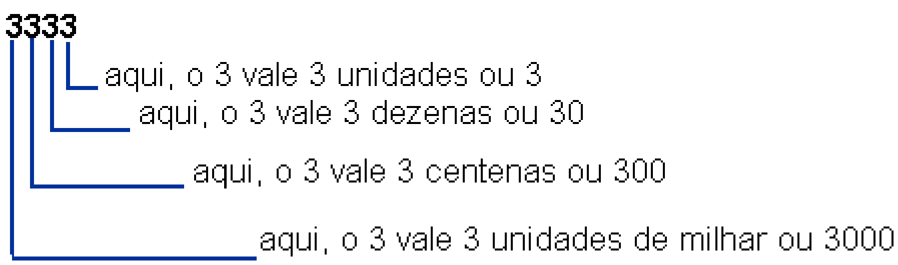
Um grande avanço: o valor posicional

Antes de aparecer o sistema de numeração desenvolvido pelos hindus, o princípio posicional já aparecia em outros sistemas de numeração, como o dos babilônios, por exemplo.

Entretanto, foi na numeração hindu que ele ganhou força total. Mas isto só aconteceu graças à criação de um símbolo para o nada.

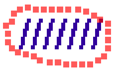
Por exemplo, em 3333, o algarismo 3 assume diferentes valores:

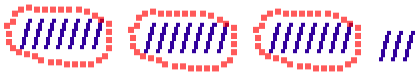
:



Informações e textos disponíveis em: http://educar.sc.usp.br/matematica/l1t2.htm

Exercícios

01. Imagine que você esteja numa terra estranha, onde as coisas são contadas de 7 em 7; para cada coisa contada, faz-se corresponder uma marca: / . A cada 7 marcas, faz-se um agrupamento do seguinte modo: 

a) Se o registro após uma contagem for:  , quantas coisas foram contadas ?

b) Qual será o registro para 38 coisas contadas?

2) Suponha uma civilização antiga, que usava agrupamentos de 5 em 5 para representar quantidades. Os símbolos eram os seguintes:

´**a**´ representava a unidade.

´**b**´ representava um agrupamento de cinco unidades.

´**c**´ representava um agrupamento de cinco agrupamentos de cinco unidades.

Ou seja:

a = unidade

b = aaaaa

c = bbbbb

Represente, com esses símbolos, as seguintes quantidades:

a) 17 ________________________

b) 31 ________________________

c) 26 ________________________

d) 100 _______________________

3) O antigo povo hindu, criador do nosso atual sistema de numeração, conseguiu reunir três características no sistema de numeração por eles desenvolvido. Algumas destas características já apareciam em outros sistemas da Antiguidade, porém as três reunidas tornaram o sistema de numeração hindu o mais prático de todos. Quais são essas características?

4) É surpreendente que diversas civilizações da Antiguidade, como a dos egípcios, babilônios, gregos e romanos, capazes de realizações maravilhosas, não tenham chegado a um sistema tão funcional quanto o dos hindus. Esta dificuldade se deve ao fato de que nossos antepassados levaram muito tempo para realizar uma grande invenção. Que invenção foi essa?

5) O que é base de um sistema de numeração?

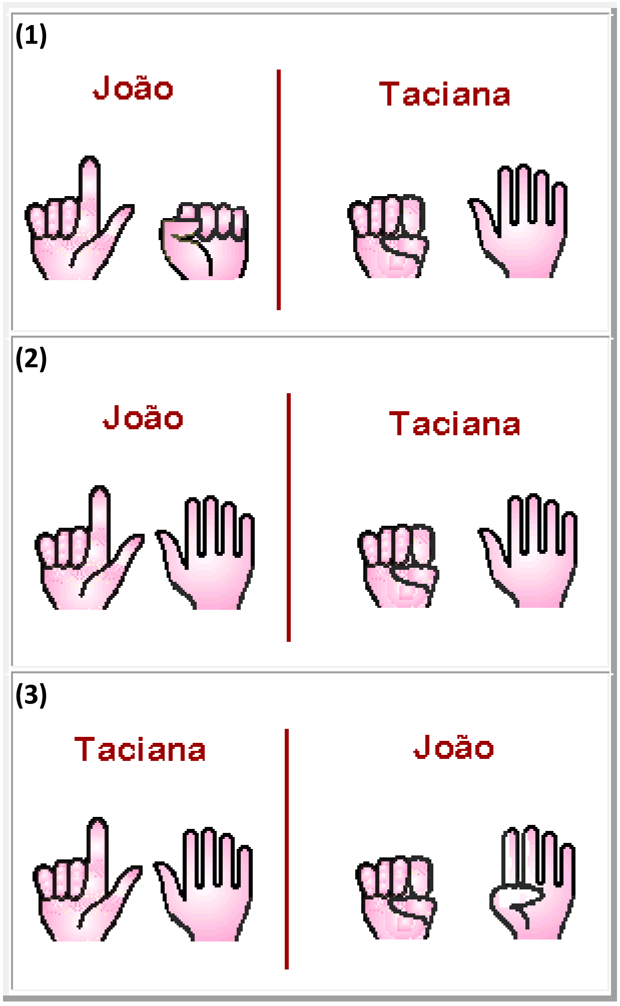
6) Qual é a base do nosso sistema de numeração?

7) A professora da segunda série propôs às crianças uma atividade que facilita a compreensão das regras do sistema de numeração decimal. Pediu a dois alunos, Taciana e João, que contassem o número de irmãos de todos os alunos da classe. A contagem deveria ser feita usando os dedos das duas mãos, segundo duas regras:

> **- Cada vez que um aluno dissesse o nome de um irmão, João deveria levantar um dedo.**
>
> **- Toda vez que estivesse com os dez dedos levantados, Taciana deveria levantar um dedo e João, imediatamente, abaixar todos os seus.**

Suponhamos que o número de irmãos de todos os alunos da classe seja **74**.

Escolha uma alternativa correta, para a representação dos dedos das mãos dos dois alunos, ao final da contagem:



8) O menor número de três algarismos é o 100 e o maior 999. Baseado nessa informação, escreva os quatro números possíveis de três algarismos, **em ordem crescente**, usando somente os dígitos 2, 5 e 0, sem que, num mesmo número, haja repetição de algarismos. (Lembre-se: dígito é o mesmo que algarismo)

9) Qual é o **maior** número que se pode escrever com quatro algarismos, sem repeti-los?

Ordens e Classes

As casas das **unidades**, das **dezenas** e das **centenas** são chamadas de **ordens**.

...	unidade	centena	dezena	unidade	centena	dezena	unidade
...	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem

No sistema de numeração decimal a cada três ordens posicionadas da direita para a esquerda temos uma classe.

A primeira classe, também da direita para a esquerda, é a das unidades, na sequência temos a classe dos milhões, bilhões e assim por diante conforme a figura abaixo:

...	milhões			milhares			unidades simples		
...	centena	dezena	unidade	centena	dezena	unidade	centena	dezena	unidade

Leitura:

...	milhões			milhares			unidades simples		
...	centena	dezena	unidade	centena	dezena	unidade	centena	dezena	unidade
					7	9	2	5	6

79 milhares e 256 unidades simples

...	milhões			milhares			unidades simples		
...	centena	dezena	unidade	centena	dezena	unidade	centena	dezena	unidade
			2	3	6	8	4	2	5

2 milhões, 368 milhares e 425 unidades simples

VALOR ABSOLUTO E VALOR RELATIVO

- Valor absoluto

O valor absoluto de um número não depende da posição em que o número se encontra, representa um valor sozinho.

Por exemplo:

O valor absoluto do algarismo 9 no número 986 é 9.

- Valor Relativo

O valor relativo de um número depende da ordem em que o algarismo se encontra.

Por exemplo:

O algarismo 9 no número 986 ocupa a 3º ordem, isto é, a casa das centenas, assim, seu valor relativo é 900.

Observe o exemplo

526	Valor absoluto	Valor relativo
5	5	500
2	2	20
6	6	6

EXERCÍCIOS

1) Observe os números abaixo e informe o valor relativo e o valor absoluto dos algarismos sublinhado:

a) 9 **7** 5 V.A:______ V.R:_____

b) 8 . **6** 4 2 V.A:______ V.R:_____

c) 3 **2** . 7 8 5 V.A:______ V.R:_____

d) **4** 2 4 . 8 9 3 V.A:______ V.R:_____

2. Para o número a seguir apresente a sua leitura e os respectivos valores: absoluto e relativo:

2 349	Valor absoluto	Valor relativo

Leitura: ____

3. Represente o número ***1 234*** de diferentes formas:

1 234 há ______ grupo de 1 000

_______ grupos de 100

_______ grupos de 10

________ grupos de 1

Decomposição: 1 000 + _________ + _________ + _______ = ________

Escreva por extenso:

____

4. Observando o número 629, responda:

A) Qual é o valor absoluto do algarismo 6? ____________________

B) Qual é o valor absoluto do algarismo 9? ____________________

C) Qual é o algarismo de maior valor absoluto? ____________________

D) Qual é o algarismo de menor valor absoluto? ____________________

E) Qual é o valor relativo do algarismo 9? ____________________

F) Qual é o valor relativo do algarismo 2? ____________________

G) Qual é o algarismo de menor valor relativo? ____________________

H) Qual é o algarismo de maior valor relativo? ____________________

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

1. No número **7.436**, o valor relativo do algarismo 4 é:

(A) 4

(B) 40

(C) 400

(D) 4 000

2. Um número é composto de: 1 unidade de milhar, 7 centenas, 2 dezenas e 9 unidades. Esse número é:

(A) 127

(B) 172

(C) 1.297

(D) 1.729

3. Considere o número **2.187**, o algarismo que tem o <u>maior valor absoluto</u> e o <u>maior valor relativo</u> é respectivamente:

(A) 8 e 2

(B) 2 e 8

(C) 8 e 7

(D) 7 e 8

4. Assinale a alternativa que corresponde à decomposição de **1.754**:

(A) 1 unidade de milhar, 7 centenas, 2 dezenas e 5 unidades

(B) 1 unidade de milhar, 7 centenas, 5 dezenas e 4 unidades

(C) 5 unidades de milhar, 2 centenas, 4 dezenas, 5 unidades

(D) 1 unidade de milhar, 3 centenas, 6 dezenas, 1 unidade

5. Nesse exercício, a letra **y** representa um **número natural** qualquer. Assim, afirmar que y + 0 = y significa que todo número somado com 0 dá como resultado o próprio número.

Escreva dentro dos parênteses a letra V se a afirmação é verdadeira e F se ela é falsa.

(   ) 0 + y = y

(   ) 0 – y = y

(   ) y x 0 = 0

6. Suponha uma civilização antiga, que usava agrupamentos de 7 em 7 para representar quantidades. Os símbolos eram os seguintes:

Π → representava a unidade
π → representava um agrupamento de sete unidades
Þ → representava um agrupamento de sete agrupamentos de sete unidades

Representa, com esses símbolos, as seguintes quantidades:

a) 17 →

b) 50 →

7. Quantas classes e quantas ordens possui um número de 8 algarismos ?

____

8. O exercício a seguir está proposto no livro de Matemática – 4º ano do autor Luiz Roberto Dante.

Escreva, em ordem crescente, todos os números que podemos representar com os algarismos 3, 6 e 8, satisfazendo as duas condições abaixo simultaneamente, ou seja, ao mesmo tempo.

- Eles não podem ter algarismos repetidos
- Eles podem ter um, dois ou três algarismos.

Resposta:

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Conjunto dos Números Naturais

São todos os números inteiros positivos, incluindo o zero. É representado pela letra maiúscula $\mathbb{N}$

$\mathbb{N} = \{ 0,1,2,3,...\}$.

Quando queremos representar o conjunto dos números naturais não-nulos (excluindo o zero), devemos colocar um * (asterisco) ao lado do $\mathbb{N}$

$\mathbb{N}^* = \{1,2,3,...\}$.

Conjunto dos Números Inteiros

São todos os números que pertencem ao conjunto dos Naturais mais os seus respectivos opostos (negativos), exceto o zero que não possui oposto, pois não é considerado nem positivo, nem negativo.

São representados pela letra $\mathbb{Z}$:

$\mathbb{Z} = \{ .....,-3,-2,-1,0,1,2,3,....\}$

Conjunto dos Números Racionais

Os números racionais é um conjunto que engloba:

- ✓ os números inteiros ($\mathbb{Z}$)
- ✓ números decimais finitos: por exemplo, 743,8432
- ✓ os números decimais infinitos **periódicos** (que repete uma sequência de algarismos da parte decimal infinitamente), por exemplo: "12,050505...", são também conhecidas como dízimas periódicas.

Os racionais são representados pela letra $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q}=\{\ldots\ldots,-3,-2,-1,-\frac{1}{2},0,\ \frac{1}{2},1,2,3,\ldots\}$$

O conjunto dos números racionais é formado pelos números na forma a/b, onde a e b são inteiros e b ≠ 0.

$$\mathbb{Q}=\left\{\frac{a}{b}\,|\,a\in Z\ e\ b\in Z^{*}\right\}$$

Conjunto dos Números Irracionais

É formado pelos números decimais infinitos não periódicos, por exemplo: 1,4142125... (são chamados de dízimas não periódicas)

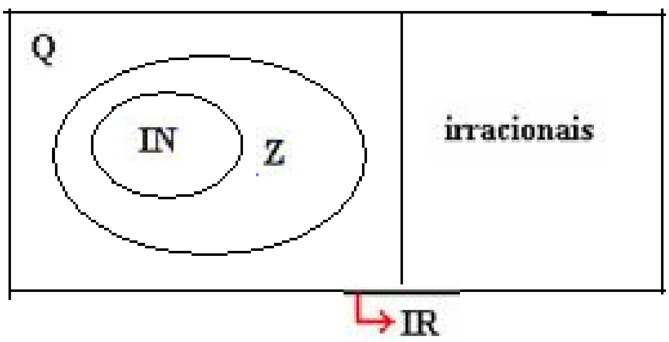
Também são irracionais todas as raízes não exatas, como a raiz √2 (1,4142135 ...)

Conjunto dos Números Reais

É formado por todos os conjuntos citados anteriormente (união do conjunto dos racionais com os irracionais).

Representado pela letra $\mathbb{R}$.

$$\mathbb{R}=Q\cup I\text{, sendo }Q\cap I=\varnothing$$



EXERCÍCIOS SOBRE CONJUNTO NUMÉRICOS

1. Analise as sentenças e complete com V (verdadeiro) ou F (falso)

a) $3 \in \mathbb{R}$

b) $N \subset \mathbb{R}$

c) $Z \subset \mathbb{R}$

d) $\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$

e) $\sqrt{4} \in \mathbb{R}$

f) $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$

02. A quais conjuntos numéricos fundamentais pertence o número √64?

03. O conjunto A = { – 2, – 1, 0, 1, 2} pode ser considerado um subconjunto de qual conjunto?

04. Considerando os conjuntos estudos: naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais, diga a qual destes os números abaixo pertencem:

Exemplo: 5 → é um número natural, inteiro, racional e portanto real.

a) 2: ____

b) – 7: ______________________________________

c) $\frac{6}{5}$: ____

d) √ 3 = _____________________________________

05. Sabemos que um mesmo número pode ser expresso de formas diferentes, por exemplo:

$5 = \frac{5}{1} = \frac{25}{5} = ...$

Agora represente os números a seguir de diversas formas:

8 =

– 7 =

1/3 =

ADIÇÃO E SUAS PROPRIEDADES NOS NATURAIS

✓ Adição

Adição é uma das operações básicas da álgebra. É a operação responsável por unir os elementos.

  2 3 → parcela
+ 4 1 → parcela
  6 4 → soma ou total

Propriedades da Adição

Comutatividade – propriedade comutativa

Se mudarmos as parcelas de lugar na adição, o resultado não se altera.

Exemplos:

7 + 3 = 10 ↔ 3 + 7 = 10

5 + 4 = 9 ↔ 4 + 5 = 9

Associação – propriedade associativa

As parcelas numa adição podem ser somadas de maneiras diferentes, e o resultado não se altera.

Exemplo:

(5 + 2) + 6 = 13 ↔ 5 + (2 + 6) = 13

Elemento Neutro

Na adição, o zero é considerado elemento neutro, assim, qualquer número adicionado a zero tem como resultado o próprio número.

Exemplos:

0 + 7 = 7

2 + 0 = 2

4 + 0 = 4

10 + 0 = 10

Fechamento

Quando adicionamos dois ou mais números naturais, o resultado sempre será um número natural.

Exemplos:

8 + 6 = 14
8 é um número natural
6 é um número natural
14 é um número natural

5 + 11 = 16
5 é um número natural
11 é um número natural
16 é um número natural

EXERCÍCIOS

1. Identifique a(s) propriedade(s) da adição aplicada(s) a seguir:

(18 + 23) + 9 = 18 + (23 + 9)

56 + 0 = 0 + 56

18 + 10 + 2 + 8 = 2 + 18 + 8 + 10

15 + 8 = 23

2. Observe a atividade proposta a seguir:

CADA UM COM SEU JEITO DE RESOLVER!

Coloque cada número, uma única vez, nos quadradinhos do desenho abaixo, de modo que a soma dos números em cada uma das horizontais, verticais e das duas diagonais seja 12. Os números são 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8. Faça os cálculos mentalmente ou utilize o espaço abaixo:

Cálculos para o quadro mágico

1		
	4	
		7

Quais propriedades da adição esta atividade trabalha, explique detalhadamente.

Números Racionais

Texto para leitura e discussão:

Entre os diversos objetivos de Matemática apontados pelo PCN-EF, observando os que se relacionam aos números racionais, encontramos, dentre outros:

- ***"Construir o significado de número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social".***

- ***"Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais".***

Porém, estes objetivos nem sempre tem sido alcançados, sendo muitos os fatores que contribuem para que isto ocorra. Dentre estes podemos apontar a falta de preparo dos profissionais e a não utilização de material concreto para o ensino deste conteúdo.

O ensino de frações passa a ter significado para o aluno a partir do momento que exista uma conexão entre elas (as frações) e o seu cotidiano e aqui encontramos dois dificultadores, o primeiro é que os "números fracionários" não fazem parte do cotidiano da criança tanto quanto os números naturais, por exemplo. Em relação ao segundo, bem como aponta o PCN "ao optar por começar o estudo dos racionais pelo seu reconhecimento no contexto diário, deve-se observar que eles aparecem no cotidiano das pessoas muito mais em sua representação decimal (números com vírgula) do que na forma fracionária".

Não obstante, cabe então, ao professor, procurar estratégias, formas e contextos que possam tornar o ensino de frações significativo para o aluno, evitando que se torne algo "decorado" ou até mesmo uma "tortura".

Na busca de atingir os objetivos apontados pelo PCN, em relação ao estudo de números racionais, o professor deve tomar cuidado para não utilizar-se de "estratégias de ensino" que podem levar a equívocos, em relação, por exemplo, à representação de frações, como veremos no nosso estudo.

Cabe salientar aqui o cuidado que o professor deve ter com o ensino deste conteúdo, uma vez que são novas representações numéricas e isto implica em rupturas com os já conhecidos números naturais. Neste sentido podem surgir alguns obstáculos um delas está ligado ao próprio fato de que estes "novos números", considerados isoladamente, podem ter diferentes e até infinitas representações.

Tomemos como exemplo o número 1/2 que pode apresentar diferentes representações fracionárias, a saber: 1/2, 2/4, 3/6, 4/8, dentre outras.

O PCN aponta outros obstáculos, a saber:

- outro diz respeito à comparação entre racionais: acostumados com a relação 3 > 2, terão que construir uma escrita que lhes parece contraditória, ou seja, 1/3 < 1/2;
- se o "tamanho" da escrita numérica era um bom indicador da ordem de grandeza no caso dos números naturais (8.345 > 41), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece o mesmo critério;
- se ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa era a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por 1/2 se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10;
- se a sequência dos números naturais permite falar em sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0,81, 0,815 ou 0,87. (PCN-EF, p. 67)

A seguir apresentamos um breve resumo, extraído na íntegra do PCN-EF, das interpretações dadas ao estudo de frações que mostram que a construção do conceito de número racional pressupõe uma organização de ensino que possibilite experiências com diferentes significados e representações.

A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo; é o caso das tradicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais.

A relação parte-todo se apresenta, portanto, quando um todo se divide em partes (equivalentes em quantidade de superfície ou de elementos). A fração indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes.

Outro significado das frações é o de quociente; baseia-se na divisão de um natural por outro ($a : b = a / b; \quad b \neq 0$). Para o aluno, ela se diferencia da interpretação anterior, pois dividir um chocolate em 3 partes e comer 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 chocolates para 3 pessoas. No entanto, nos dois casos, o resultado é representado pela mesma notação: 2/3.

Uma terceira situação, diferente das anteriores, é aquela em que a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza, ou seja, quando é interpretada como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando se lida com informações do tipo “2 de cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes”.

Outros exemplos podem ser dados: a possibilidade de sortear uma bola verde de uma caixa em que há 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores (2 em 10); o trabalho com escalas em mapas (a escala é de 1 cm para 100 m); a exploração da porcentagem (40 em cada 100 alunos da escola gostam de futebol).

A essas três interpretações, bastante interessantes de serem exploradas neste ciclo, acrescenta-se mais uma, que será trabalhada nos ciclos posteriores. Trata-se do significado da fração como operador, ou seja, quando ela desempenha um papel de transformação, algo que atua sobre uma situação e a modifica. Essa ideia está presente, por exemplo, num problema do tipo “que número devo multiplicar por 3 para obter 2”. (PCN – EF, Matemática. p. 68)

Estudo de Frações

Imagem disponível em: http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/diferentes-usos-fracoes-608014.shtml. Adaptada - Acesso em 29.9.12

DEFINIÇÃO DE FRAÇÃO

Os numerais que representam números racionais não negativos são chamados frações e os números inteiros utilizados na fração são chamados numerador e denominador, separados por uma linha horizontal ou traço de fração.

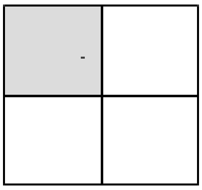
$\frac{\text{Numerador}}{\text{Denominador}}$ → indica quantas partes foram tomadas do inteiro
→ indica quantas partes dividimos o inteiro

O denominador dever ser, necessariamente, diferente de zero (0).

Exemplos:

$\frac{1}{4}$ lê-se: um quarto

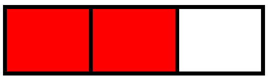
Pode ser representado por:



A unidade foi dividida em quatro partes iguais. A fração pode ser visualizada através da figura anexada, sendo que foi sombreada uma dessas partes.

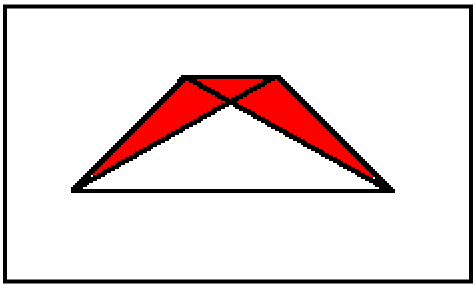
Notou que as partes são iguais?

Cláudia teve sua primeira aula sobre frações. Ela aprendeu que a parte sombreada desse retângulo corresponde à fração $\frac{2}{3}$ (dois terços).



Perguntamos à Cláudia:
- Por que $\frac{2}{3}$?
- Porque o retângulo foi dividido em três partes e nós pintamos duas partes, respondeu a menina.

Aparentemente, ela tinha aprendido muito bem a lição. No entanto, ao apresentarmos esta nova figura, Cláudia afirmou que $\frac{3}{4}$ (três quartos) da figura estavam sombreados:



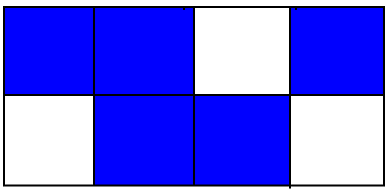
Ora, sabemos que, a região sombreada não corresponde a $\frac{3}{4}$, porque a figura não foi dividida em 4 partes iguais.

Para se ter uma fração é preciso considerar:

- uma unidade ou um todo;
- uma divisão dessa unidade ou desse todo em **partes iguais;**
- um certo número dessas partes iguais.

EXERCÍCIOS

1. Observe a figura:

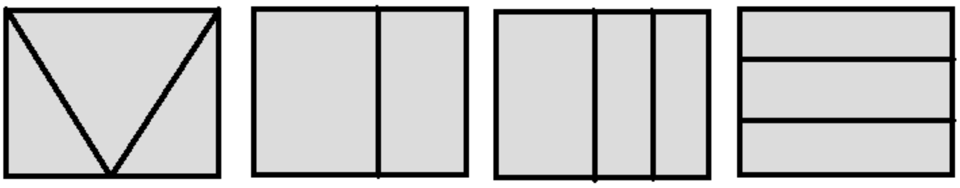


a) Em quantas partes iguais o retângulo foi dividido?

b) Cada uma dessas partes representa que fração do retângulo?

c) A parte pintada representa que fração do retângulo?

2. Observe as figuras a seguir:



A B C D

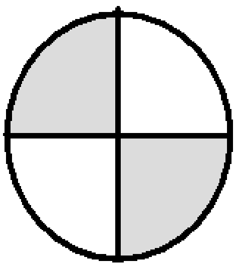
Agora responda:

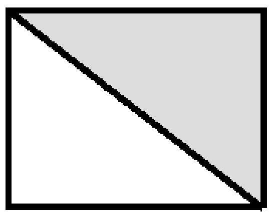
a) quais estão divididas em três partes?

b) qual (is) está (ão) dividida (s) em partes iguais?

c) que fração representa cada parte desta figura?

3. Observe as figuras e indique que fração representa a parte pintada:





4. Considere uma pizza dividida em partes iguais, um sexto desta pizza custa 3 reais, quanto custa:

a) $\frac{3}{6}$ *da pizza*

b) $\frac{5}{6}$ *da pizza*

c) a pizza toda

OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

I. Mesmo denominador:

Mantém-se o denominador e somam-se os numeradores.

Exemplos:

$$\frac{4}{5}+\frac{3}{5}=\frac{4+3}{5}=\frac{7}{5}$$

$$\frac{4}{7}-\frac{3}{7}=\frac{4-3}{7}=\frac{1}{7}$$

EXERCÍCIOS

1. Encontre o resultado das operações com frações abaixo:

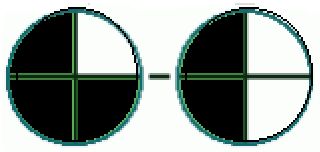
$\frac{7}{5}-\frac{3}{5}=$

$\frac{3}{12}+\frac{5}{12}=$

$\frac{4}{8}+\frac{2}{8}=$

2. Se $\frac{3}{7}$ do que eu tenho são 195 reais, a quanto corresponde $\frac{4}{5}$ do que eu tenho?

3. Cada área colorida em cada círculo representa uma fração de um inteiro. Calcular a diferença destas frações indicada na figura.



II.Denominadores Diferentes:

- Inicialmente determina-se o m.m.c
- Posteriormente divide-se pelo “denominador” e “multiplica-se” pelo numerador

Exemplos:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{10}{15} + \frac{9}{15} = \frac{19}{15}$$

m.m.c (3,5) = 15

múltiplos de 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...

múltiplos de 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, ...

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$

m.m.c (3,2) = 6

múltiplos de 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...

múltiplos de 2: 2, 4, 6, 8, 10 12, ...

EXERCÍCIOS

Efetue as operações com fraçoes:

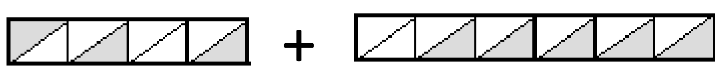
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} =$$

$$\frac{2}{4} - \frac{1}{8} =$$

$$\frac{5}{7} - \frac{1}{2} =$$

3. Cada área colorida em cada retângulo representa uma fração de um inteiro. Calcular a soma destas frações indicada na figura.



PROBLEMAS ENVOLVENDO FRAÇÕES

1. Caio tem 15 figurinhas. Seu irmão tem 1/3 das figurinhas que ele tem. Quantas figurinhas têm os dois juntos?

2. Silas, gerente de um mercado, comprou 52 baldes. Um quarto deles era vermelho. Quantos baldes vermelhos foram comprados?

3. Quantos minutos correspondem a 3/4 de uma hora?

4. Cinco sextos do ano são quantos meses?

5. Um carro já percorreu 1/5 de um trajeto de 1.680 quilômetros. Quantos quilômetros ele ainda tem de percorrer para completar esse trajeto?

6. Calcule:

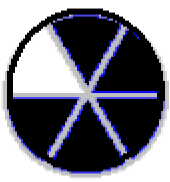
a) 4/5 de 20

b) 2/5 de 3000

c) 4/9 de 711

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

01. Qual é a fração que representa a parte colorida na figura?



Resposta:

2. Efetue as operações com frações:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} =$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$$

3. Ana está lendo um livro. Em um dia ela leu 1/4 do livro e no dia seguinte leu 1/6 do livro. Então calcule:

a) A fração do livro que ela já leu.
b) A fração do livro que falta para ela terminar a leitura.

4. Um carro já percorreu 2/5 de um trajeto de 1.695 quilômetros. Quantos quilômetros ele ainda tem de percorrer para completar esse trajeto?

ESTATÍSTICA

CONCEITOS NECESSÁRIOS AO ESTUDO DE ESTATÍSTICA:

Porcentagem

Quando a razão é expressa por uma fração centesimal (denominador igual a 100), temos uma porcentagem.

$$\frac{60}{100} = 0{,}6 = 60\%$$

Considere as situações hipotéticas a seguir:

a) pessoas fumantes:

$\frac{40}{100} \rightarrow A\ cada\ 100\ pessoas, 40\ são\ fumantes.$

b) alunos que gostam de Matemática:

$\frac{60}{100} \rightarrow A\ cada\ 100\ alunos, 60\ gostam\ de\ Matemática.$

c) um desconto de 30%

$\frac{30}{100} \rightarrow A\ cada\ R\$\ 100{,}00\ será\ \text{"tirado"}\ R\$\ 30{,}00.$

CALCULANDO PORCENTAGEM

Considere a seguinte situação:

Uma pesquisa apontou que a cada 150 alunos de uma determinada escola, 90 preferem a disciplina de História (representamos por: $\frac{90}{150}$)

De forma prática faremos: $\frac{90}{150} = 0{,}6\ x\ 100 = 60\% \rightarrow$ A cada 100 alunos, 60 preferem a disciplina de História.

Forma decimal multiplicou-se por cem obtendo-se assim a porcentagem

A PORCENTAGEM refere-se a “cada cem”

Se por exemplo um cartaz diz: “Liquidação! Descontos de 30%” isso significa que a cada R$ 100,00 do preço houve uma redução de R$ 30,00. A razão estabelecida é $\frac{30}{100}$

Exemplo de aplicação

Uma pesquisa apontou que a cada 130 alunos entrevistados em uma determina escola de Ensino Médio, 90 possuem acesso a internet em casa. Determine a porcentagem de alunos que possui acesso residencial a internet.

De forma prática faremos: $$\frac{90}{130} = 0,69\ x\ 100 = 69\%$$

A cada 100 alunos, 69 possuem acesso residencial a internet.

EXERCÍCIOS

QUESTÃO 1

Uma Instituição de Ensino fez uma pesquisa para determinar o meio de locomoção utilizado por seus alunos.

Meio de locomoção utilizado pelos alunos

Tipo de locomoção	Alunos
Ônibus	300
A pé	160
Carro	80
TOTAL	540

Calcule, e interprete em relação ao total de alunos a porcentagem de:

a) alunos que utilizam ônibus;

b) alunos que locomovem a pé;

c) alunos que utilizam carro como meio de transporte.

QUESTÃO 2

Considere os dados apresentados na tabela a seguir:

Distribuição de 40 alunos, segundo o acesso a internet

ACESSO RESIDENCIAL A INTERNET	NÚMERO DE ALUNOS
Com acesso	12
Sem acesso	28

Responda:

a) Qual a porcentagem de alunos desta sala que possuem acesso a internet.

b) Qual a porcentagem de alunos desta sala que não possuem acesso a internet.

QUESTÃO 3

Certo Professor após corrigir a avaliação de Matemática aplicada para sua turma de alunos do 3º ano do E.F. I registrou os resultados conforme segue:

10 alunos tiraram nota quatro
12 alunos tiraram nota cinco
15 alunos tiraram nota sete
05 alunos tiraram nota oito

Calcule a porcentagem relativa às notas obtidas pelos alunos.

QUESTÃO 4

. Em uma turma do 1º ano do Ensino Fundamental I, de uma determinada Escola, a professora fez uma pesquisa junto aos alunos para identificar os que haviam feito pré-escola. O resultado está registrado a seguir: ***(1,5)***

	Fizeram pré-escola	Não fizeram pré-escola
Meninos	12	03
Meninas	18	02

De acordo com os dados, calcular em relação ao total de alunos, a porcentagem de:

a) Dos (as) alunos (as) que fizeram pré-escola.
b) Dos (as) alunos (as) que não fizeram pré-escola.

ORGANIZAÇÃO E APRESENTAÇÃO DE DADOS ESTATÍSTICOS

População

Em Estatística damos o nome de população a um conjunto que contém a totalidade dos objetos (pessoas, animais, itens de produção, etc...), com uma ou mais características em comum, que se quer analisar.

Muitas vezes a população é confundida com a própria característica populacional em estudo.

Exemplo
Ao considerarmos a população constituída pelos alunos da Faculdade, no ano letivo 2009/10, podemos estar interessados em estudar a altura.
Assim falamos na população constituída pelas alturas dos alunos da Faculdade, já que é a característica a estudar.

Nem sempre é possível estudar exaustivamente todos os elementos de uma população! Por quê?

- A população pode ter dimensão infinita (ex. a população das temperaturas em todos os pontos da cidade)

- O estudo da população pode levar à destruição da mesma (ex. População dos fósforos numa caixa)

- O estudo da população pode ser muito dispendioso em tempo ou dinheiro (ex. sondagem exaustiva de todos os eleitores)

- Inacessibilidade a alguns dos elementos da população (ex. por razões de ordem legal)

Amostra

Uma **amostra estatística** consiste de um conjunto de dados ou observações retirados de um subconjunto (de uma parte, parcela) da população, a fim de que o estudo estatístico dessa amostra possa fornecer informações cruciais sobre a população. Ou seja, a amostra é um subconjunto finito da população.

Exemplos:

- ✓ O exame-de-sangue, pois para saber as propriedades de todo o sangue (*população*) retira-se apenas uma pequena *amostra*.
- ✓ Utilizar uma amostra constituída por leitores de uma revista especializada, para tirar conclusões sobre a população em geral.

É muito importante a fase da "recolha" da amostra, pois a amostra deve ser o mais representativa possível da população de onde foi extraída, para que as conclusões possam estender-se a toda a população.

Amostragem

Técnicas para obter uma amostra representativa, suficiente e que possa ser generalizada para a população.

Variável

Uma **variável** é um atributo mensurável que tipicamente varia entre indivíduos, ou seja, é a propriedade ou característica que se estuda, da população estatística.

Categorização das Variáveis

QUANTITATIVAS

- assumem valores numéricos definida em um intervalo real.
- "medem" uma quantidade, geralmente está ligado a um número (valor).

Exemplos:

número de filhos, número de livros dispostos em uma estante, soma dos pontos ao lançar um par de dados, etc.

QUALITATIVAS

- expressam uma característica do grupo pesquisado

Exemplos:

gênero (sexo), estado civil, meio de transporte, time favorito, etc.

EXERCÍCIOS

***QUESTÃO 01*. Leia a situação apresentada a seguir:**

Situação: Um empresário de uma fábrica de fósforos precisa fazer o controle de qualidade dos fósforos produzidos pela sua fábrica.
Para a situação apresentada indique qual a:

a) população

b) amostra (se existir e por quê?)

c) variável.

QUESTÃO 2

Com a finalidade de conhecer melhor seu grupo de professores, determinada escola fez uma pesquisa, a seguir estão alguns dos indicadores:

(1) idade
(2) qual a quantia mensal que você costuma gastar no mercado
(3) anos de escolaridade
(4) renda
(5) gênero
(6) local de estudo
(7) você é usuário de internet
(8) qual é o tempo médio de acesso a internet
(9) Quantidade de livros que possui
(10) qual a principal razão de fazer uma viagem: lazer, negócios ou visita a família.

Considerando as variáveis pesquisadas, responda:

(a) quais são as quantitativas? ____

(b) quais são as qualitativas? ____

QUESTÃO 3

Observe as variáveis de uma pesquisa estatística apresentadas a seguir

1 – qualitativa

2 – quantitativa

Relacione-as com as características de uma população, analisada por um pesquisador, apresentadas a seguir:

( ) nível de escolaridade
( ) estado civil
( ) número de filhos
( ) cargo ocupado numa determinada empresa
( ) altura
( ) time preferido

QUESTÃO 4

Considere a população: total de alunos de uma determinada sala de aula. As variáveis cor do cabelo e número de irmãos são respectivamente:

(A) qualitativas

(B) quantitativas

(C) quantitativa e qualitativa

(D) qualitativa e quantitativa

TRABALHANDO COM DADOS AGRUPADOS

FREQUÊNCIA ABSOLUTA *(Fi)*

Quando iniciamos um estudo estatístico precisamos proceder inicialmente à coleta dos dados em relação a uma população estatística e posteriormente contar e classificar esses dados. De acordo com uma ou mais características dos elementos de uma população, podemos elaborar uma tabela de dados denominada distribuição estatística.

Exemplo:

Considere as idades de 15 pessoas de um grupo de alunos de um determinado curso de Inglês

15 18 19 17 17 19 16 19 17 20 16 18 19 15 20 15 15 15

Idades (X_i)	Contagem
15	
16	
17	
18	
19	
20	

A partir desses dados, elabora-se uma tabela:

Idades (X_i)	Número de alunos (F_i)
15	5
16	2
17	3
18	2
19	4
20	2
TOTAL	18

X_i = diferentes valores da variável estatística

F_i = frequência absoluta, ou seja, o número de vezes que cada valor se repete

Finalmente acrescenta-se o ***Título*** e a ***fonte***

Distribuição das idades de 15 pessoas de um grupo de alunos de um determinado curso de Inglês

Idades (X_i)	Número de alunos (F_i)
15	5
16	2
17	3
18	2
19	4
20	2
TOTAL	18

Fonte: Fictícia

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1. A seguir está a distribuição das notas obtidas por um grupo de alunos do 4º ano, de uma Escola Pública, na Disciplina de Matemática:

5	9	8	6	5	6	6
5	5	6	3	3	4	5
4	8	5	2	5	5	5
4	4	5	3	2	4	3
4	6	6	6	6	4	2

a) Elabore uma tabela constando a distribuição de frequência absoluta

Distribuição das notas obtidas por um grupo de alunos do 5º ano, de uma Escola Pública, na Disciplina de Matemática

Notas (X_i)	Número de alunos (F_i)

Fonte: Fictícia

2. A seguir está a distribuição das notas obtidas por um grupo de alunos do 2º ano, turma A, de uma Escola Pública, na Disciplina de Matemática:

10	9	8	6	5	6	4	3	5	4	6
5	5	6	1	1	4	1	2	3	6	6
4	8	5	2	5	5	3	2	1	6	1
4	4	5	2	4	5	5	6	4		

a) Elabore uma tabela constando a distribuição de frequência absoluta

REFERÊNCIAS:

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997.

CROCE FILHO, Jair. Estatística “I”, 2000. Disponível em <http://lia.uncisal.edu.br/ensino/pdf2/Apostila_Estatistica_I.pdf> Acesso em: 24 nov. 2008.

CURSO MATEMÁTICA – USP. Disponível em

<http://educar.sc.usp.br/matematica/l1t2.html >Acesso em 12.11.11

DANTE, Luiz Roberto. Aprendendo Sempre: matemática 3º ano. São Paulo, Ed. Ática, 2008.

_____, Luiz Roberto. Aprendendo Sempre: matemática 4º ano. São Paulo, Ed. Ática, 2008.

_____, Luiz Roberto. Aprendendo Sempre: matemática 5º ano. São Paulo, Ed. Ática, 2008.

LOPES, Celi. & MORAN, Regina. A Estatística e a Probabilidade através de atividades propostas em alguns livros didáticos brasileiros recomendados para o ensino fundamental. Anais da Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística, Florianópolis, SC, 1999.

SÃO PAULO, 1986. Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Proposta Curricular para o ensino de matemática: ensino fundamental. 5.ed. São Paulo: SE/CENP, 1997.